Géométrie repérée
1ère

Sacha Darthenucq

Prérequis:

- **Produit scalaire (1ère)**

1 Droites

Définition: Un vecteur $\vec{n}$ est dit normal à une droite (d) ssi il est orthogonal à tous vecteur directeur de (d) (ssi il est orthogonal à un vecteur directeur de (d)).

Remarque: En effet être colinéaire à un vecteur directeur de la droite suffit pour être colinéaire à tous les vecteurs directeurs de la droite.

Proposition: Soit (d) une droite d'équation cartésienne $ax + by + c$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$. Le vecteur $\vec{n}(a; b)$ est un vecteur normal à (d).

Démo: $\vec{u}(-b; a)$ est un vecteur directeur de (d). $\vec{n}.\vec{u} = -b \times a + a \times b = 0$, donc $\vec{n}(a; b)$ orthogonal à $\vec{u}$, soit $\vec{n}$ vecteur normal de (d).

Proposition: Soit (d) une droite qui passe par un point A avec $\vec{n}$ un vecteur normal. Alors pour tout point M, $M \in (d) \iff \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$.

Démo:

- Si $M \in (d)$, si $M = A$, $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = \vec{0}.\vec{n} = 0$.
  Sinon $\overrightarrow{AM}$ vecteur directeur de (d) donc $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$.
- Si $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$, si $\overrightarrow{AM} = 0$ alors $M = A$, $M \in (d)$.
  Sinon $\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à tous vecteur directeur de (d), or $A \in (d)$, donc $M \in (d)$.

2 Cercles

Proposition: Soit $O(x; y)$ un point dont les coordonnées sont exprimées dans un repère orthonormé. Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon r. L'équation de ce cercle est $(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2$.

Démo: $M(x; y) \in \mathscr{C} \iff OM = r \iff OM^2 = r^2 \iff (x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2$.

Conséquence: Tout cercle admet une équation de la forme $x^2 + ax + y^2 + by + c = 0$ avec a, b, c réels.