

# Raisonnement par récurrence

## Terminale

Sacha Darthenucq

Considérons une propriété dépendant d'un entier naturel  $n$ . Nous cherchons à montrer qu'elle est vraie quelque soit cet entier naturel  $n$ .

Le raisonnement par récurrence va nous permettre d'établir ce résultat.

### 1 Le principe

Le principe du raisonnement par récurrence consiste à démontrer que:

- La propriété est vraie pour un rang  $n_i$  dit rang initial,
- Si la propriété est vraie pour le rang  $n$ , alors elle est aussi vraie pour le rang  $n + 1$ .

Une fois ces deux résultats établis, par effet domino la propriété est vraie pour tous les entiers naturels supérieurs ou égaux à  $n_i$ . En effet puisque la propriété est vraie pour  $n_i$ , elle est vraie pour  $n_i + 1$ , donc pour  $n_i + 2$  etc...

### 2 La méthode

Méthode de rédaction: A rédiger exactement de cette façon

Montrons par récurrence que  $P_n$  : "contenu de la proposition" est vraie pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à  $n_i$  (entier à partir duquel la propriété doit être démontré, souvent 0 ou 1).

Initialisation: démonstration de  $P_{n_i}$ .

Hérédité: Montrons que  $P_n$  vraie implique  $P_{n+1}$  vraie .

Nous démontrons ce résultat en utilisant l'hypothèse de récurrence  $P_n$  vraie dans la démonstration de  $P_{n+1}$ .

Conclusion: Par principe de récurrence,  $P_n$  est vraie pour tout entier naturel  $n \geq n_i$ .